

Exercice physique œufs poule et autruche

Enoncé

Si un œuf de poule met 10 minutes pour être cuit dur, combien met un œuf d'autruche pour être cuit dur ?

Données:

- Diamètre d'un œuf de poule: $D_{poule} = 60mm$
- Diamètre d'un œuf d'autruche: $D_{autruche} = 130mm$
- Masse d'un œuf de poule: $m_p = 60g$
- Masse d'un œuf d'autruche: $m_a = 1,2kg$
- Conductivité thermique de l'albumine: $\lambda = 0,54W \cdot m^{-1} \cdot K^{-1}$

Solution

On modélise un œuf par une boule de diamètre D , contenant l'albumen. On le fait cuire en le plaçant dans un thermostat à $T = 100^\circ C$ (eau bouillante à pression atmosphérique). On utilise pour se repérer dans l'espace les coordonnées sphériques (O, r, θ, φ) .

Effectuons un bilan thermique entre r et $r + dr$:

$$\begin{aligned} dU(t + dt) - dU(t) &= Q \text{ (volume constant)} \\ \iff 4\pi r^2 dr c_V \rho \frac{\partial T}{\partial t} &= 4\pi (j_Q(r)r^2 - j_Q(r + dr)(r + dr)^2) \\ \iff c_V \rho \frac{\partial T}{\partial t} &= -\frac{1}{r^2} \frac{\partial (j_Q r^2)}{\partial r} \end{aligned}$$

Puis avec la loi de Fourier, $\mathbf{j}_Q = -\mathbf{grad}(T) = -\lambda \frac{\partial T}{\partial r} \mathbf{u}_r$ par invariances de T selon θ, φ .

Finalement, en ordre de grandeur :

$$\rho c_v \frac{\Delta T}{\tau} = \frac{\lambda \Delta T}{D^2}$$

D'où

$$\tau = \frac{\rho c_v}{\lambda} D^2$$

La quantité $\frac{\rho c_v}{\lambda}$ étant la même pour la poule et pour l'autruche,

$$\tau_{autruche} = \frac{D_{autruche}^2}{D_{poule}^2} \tau_{poule} \simeq \left(\frac{130}{60} \right)^2 \times 10 \simeq 47 \text{ minutes.}$$